

Уравнения

Борис Трушин

Всем привет! В этом файле вы найдете более тридцати уравнений, большинство из которых – из реальных вариантов ЕГЭ прошлых лет.

К каждой задаче есть ответ и подробный видеоразбор, которые доступны по ссылкам под условием.

Если вам покажется, что этого набора задач недостаточно, то посмотрите [соответствующий плейлист](#) на моём YouTube-канале, или приобретите мой [мини-курс по уравнениям и неравенствам](#).

Кроме того, сейчас в онлайн-школе Фоксфорд идёт мой [курс по подготовке к ЕГЭ](#).

Перед вами версия файла от 13 февраля 2024 года. Актуальную версию всегда можно найти по ссылке trushinbv.ru/book_equation.

Задачи из реальных вариантов ЕГЭ

Задача 1. (ЕГЭ-2024/2023/2022/2021/2020/2019. Демоверсия)

а) Решите уравнение $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$.

Ответ [Решение](#)

Задача 2. (ЕГЭ-2023. Основная волна)

а) Решите уравнение $2 \sin^3 x + \sqrt{2} \cos^2 x = 2 \sin x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$.

Ответ [Решение](#)

Задача 3. (ЕГЭ-2022. Основная волна)

а) Решите уравнение $2 \sin^2 x - \cos(-x) - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2} \right]$.

Ответ [Решение](#)

Задача 4. (ЕГЭ-2022. Основная волна)

а) Решите уравнение $\cos 2x - \sin(-x) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 5. (ЕГЭ-2021. Досрочная волна)

а) Решите уравнение $3 \cdot 9^{x+1} - 5 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 2^{2x} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 6. (ЕГЭ-2020. Основная волна)

а) Решите уравнение $2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sqrt{2} \cos x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ Решение

Задача 7. (ЕГЭ-2020. Основная волна)

а) Решите уравнение $\cos 2x + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 8. (ЕГЭ-2020. Основная волна)

а) Решите уравнение $2 \cos^2\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) + \sqrt{3} \sin 2x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 9. (ЕГЭ-2020. Основная волна, резервный день)

а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{3}{\cos x} + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 10. (ЕГЭ-2019. Досрочная волна)

а) Решите уравнение $2(\log_2(2 \sin x))^2 - 5 \log_2(2 \sin x) + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 11. (ЕГЭ-2019. Досрочная волна, резервный день)

а) Решите уравнение $\log_7(x + 2) = \log_{49} x^4$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_6 \frac{1}{7}; \log_6 35\right]$.

Ответ Решение

Задача 12. (ЕГЭ-2018/2017/2016/2015/2014/2013. Демоверсия)

а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

Ответ Решение

Задача 13. (ЕГЭ-2018. Основная волна)

а) Решите уравнение $\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 14. (ЕГЭ-2018. Досрочная волна, резервный день)

а) Решите уравнение $\sqrt{x^3 - 4x^2 - 10x + 29} = 3 - x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\sqrt{3}; \sqrt{30}]$.

Ответ Решение

Задача 15. (ЕГЭ-2018. Основная волна, резервный день)

а) Решите уравнение $x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$.

Ответ Решение

Задача 16. (ЕГЭ-2017. Досрочная волна)

а) Решите уравнение $8^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 2^{5-x} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 20]$.

Ответ Решение

Задача 17. (ЕГЭ-2017. Досрочная волна, резервный день)

а) Решите уравнение $\cos^2(\pi - x) - \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 18. (ЕГЭ-2016. Основная волна)

а) Решите уравнение $8 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 9$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 19. (ЕГЭ-2016. Основная волна)

а) Решите уравнение $2(\log_3(2 \cos x))^2 - 5 \log_3(2 \cos x) + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ Решение

Задачи, похожие на ЕГЭ

Задача 20. а) Решите уравнение $7 \cos^2 x - \cos x - 8 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ Решение

Задача 21. а) Решите уравнение $\frac{6}{\cos^2 x} - \frac{7}{\cos x} + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; \pi]$.

Ответ Решение

Задача 22. а) Решите уравнение $3 \cos^2 x - 4 \sin x + 4 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 23. а) Решите уравнение $2 \cos 2x - 12 \cos x + 7 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ Решение

Задача 24. а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ Решение

Задача 25. а) Решите уравнение $2 \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3} \cos x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 26. а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{49}\right)^{\sin x} = 7^{2 \sin 2x}$.

б) Укажите корни на $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Ответ Решение

Задача 27. а) Решите уравнение

$$\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ Решение

Задача 28. а) Решите уравнение $\log_4(\sin x + \sin 2x + 16) = 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ Решение

Задача 29. а) Решите уравнение $\frac{5}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{19}{\sin x} + 17 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ Решение

Задачи, не похожие на ЕГЭ

Задача 30. Решите уравнение $\sin \sqrt{16 - x^2} = \frac{1}{2}$.

Ответ Решение

Задача 31. Решите уравнение $\frac{2 \cos^3 x + 3 \cos^2 x + \cos x}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}} = 0$.

Ответ Решение

Задача 32. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x}{\sqrt{-\sin x}} = 0$.

Ответ Решение

Ответы

1. а) $x = 2\pi k$, $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

б) $x = -3\pi$, $x = -2\pi$, $x = -\frac{11\pi}{6}$.

2. а) $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

- 6) $x = -\frac{5\pi}{2}, x = -\frac{7\pi}{4}, x = -\frac{3\pi}{2}$.
3. a) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = -\pi, x = \pm\frac{\pi}{3}$.
4. a) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $x = -\frac{25\pi}{6}, x = -\frac{7\pi}{2}$. 5. a) $x = -2, x = -1$; б) $x = -1$.
6. a) $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k, x = \pm\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $x = -\frac{5\pi}{2}, x = -\frac{9\pi}{4}, x = -\frac{7\pi}{4}, x = -\frac{3\pi}{2}$.
7. a) $x = 2\pi k, x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $x = \frac{11\pi}{4}, x = 3\pi, x = 4\pi$. 8. a) $x = \pi k, x = -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $x = \frac{8\pi}{3}, x = 3\pi, x = \frac{11\pi}{3}, x = 4\pi$.
9. a) $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $x = -\frac{10\pi}{3}, x = -3\pi, x = -\frac{8\pi}{3}$.
10. a) $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = \frac{3\pi}{4}$.
11. a) $x = -1, x = 2$; б) $x = -1$.
12. a) $x = \pi k, x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $x = -2\pi, x = -\frac{11\pi}{6}, x = -\frac{7\pi}{6}$.
13. a) $x = \pi + 2\pi k, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = -\frac{7\pi}{2}, x = -3\pi$.
14. a) $x = 2, x = -2$; б) $x = 2$. 15. a) $x = 2, x = 5$; б) $x = 2$.
16. a) $x = 2, x = \frac{1}{2}$; б) $x = \frac{1}{2}$. 17. a) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $x = \frac{5\pi}{2}, x = 3\pi, x = \frac{7\pi}{2}$. 18. a) $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $-\frac{7\pi}{3}$. 19. a) $x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = \frac{11\pi}{6}, x = \frac{13\pi}{6}$.
20. a) $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = -3\pi$. 21. a) $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 6) $x = 0, x = -2\pi$. 22. a) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = -\frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$.
23. a) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = \pm\frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3}, x = \frac{7\pi}{3}$.
24. a) $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = \frac{5\pi}{3}, x = \frac{7\pi}{3}$.
25. a) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

б) $x = -\frac{7\pi}{2}, x = -\frac{5\pi}{2}, x = -\frac{13\pi}{6}$.
 26. а) $x = \pi k, x = \pi \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $x = 2\pi, x = \frac{8\pi}{3}, x = 3\pi$.
 27. а) $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{4}$. 28. а) $x = \pi k, x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
 б) $x = -4\pi, x = -\frac{10\pi}{3}, x = -3\pi, x = -\frac{8\pi}{3}$.
 29. а) $x = \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k, x = \pi - \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
 б) $x = -3\pi - \arcsin \frac{1}{3}$. 30. $\pm \sqrt{16 - \frac{\pi^2}{36}}, \pm \sqrt{16 - \frac{25\pi^2}{36}}$.
 31. $x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. 32. $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.