

# Математический анализ

## Консультация

Трушин Борис Викторович

(Московский физико-технический институт)

13 июня 2014 г.

- Предел последовательности точек в  $n$ -мерном евклидовом пространстве

- Предел последовательности точек в  $n$ -мерном евклидовом пространстве  
[Лекция 23, Бесов 10.1]

- Предел последовательности точек в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [Лекция 23, Бесов 10.1]
- Теорема Больцано-Вейерштрасса

- Предел последовательности точек в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [Лекция 23, Бесов 10.1]
- Теорема Больцано-Вейерштрасса [Лекция 23, Бесов 10.1]

- Предел последовательности точек в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [Лекция 23, Бесов 10.1]
- Теорема Больцано-Вейерштрасса [Лекция 23, Бесов 10.1] и критерий Коши сходимости последовательности

- Предел последовательности точек в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [Лекция 23, Бесов 10.1]
- Теорема Больцано-Вейерштрасса [Лекция 23, Бесов 10.1] и критерий Коши сходимости последовательности [в явном виде нет]

- Предел последовательности точек в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [Лекция 23, Бесов 10.1]
- Теорема Больцано-Вейерштрасса [Лекция 23, Бесов 10.1] и критерий Коши сходимости последовательности [в явном виде нет]
- Внутренние, предельные, изолированные точки множества. Открытые и замкнутые множества, их свойства. Внутренность, замыкание и граница множества



- Предел последовательности точек в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [Лекция 23, Бесов 10.1]
- Теорема Больцано-Вейерштрасса [Лекция 23, Бесов 10.1] и критерий Коши сходимости последовательности [в явном виде нет]
- Внутренние, предельные, изолированные точки множества. Открытые и замкнутые множества, их свойства. Внутренность, замыкание и граница множества [Лекция 24, Бесов 10.2]

- Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству

- Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству [**Лекция 25, Бесов 10.3**]

- Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству [**Лекция 25, Бесов 10.3**]
- Непрерывность функции нескольких переменных в точке

- Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству **[Лекция 25, Бесов 10.3]**
- Непрерывность функции нескольких переменных в точке **[Лекции 25-26, Бесов 10.4]**

- Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству [**Лекция 25, Бесов 10.3**]
- Непрерывность функции нескольких переменных в точке [**Лекции 25-26, Бесов 10.4**] и по множеству

- Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству [**Лекция 25, Бесов 10.3**]
- Непрерывность функции нескольких переменных в точке [**Лекции 25-26, Бесов 10.4**] и по множеству [**Лекция 26, Бесов 10.5**]

- Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству [**Лекция 25, Бесов 10.3**]
- Непрерывность функции нескольких переменных в точке [**Лекции 25-26, Бесов 10.4**] и по множеству [**Лекция 26, Бесов 10.5**]
- Свойства функций, непрерывных на компакте – ограниченность, достижение нижней и верхней граней, равномерная непрерывность (теорема Кантора). Теорема о промежуточных значениях функции, непрерывной в области



- Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству [**Лекция 25, Бесов 10.3**]
- Непрерывность функции нескольких переменных в точке [**Лекции 25-26, Бесов 10.4**] и по множеству [**Лекция 26, Бесов 10.5**]
- Свойства функций, непрерывных на компакте – ограниченность, достижение нижней и верхней граней, равномерная непрерывность (теорема Кантора). Теорема о промежуточных значениях функции, непрерывной в области [**Лекция 26, Бесов 10.5**]

- Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных

- Частные производные функции нескольких переменных.  
Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных **[Бесов 11.1]**

- Частные производные функции нескольких переменных.  
Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных **[Бесов 11.1]**
- Дифференцируемость сложной функции (без доказательства).  
Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменных

- Частные производные функции нескольких переменных.  
Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных **[Бесов 11.1]**
- Дифференцируемость сложной функции (без доказательства).  
Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменных **[Бесов 11.3]**

- Частные производные функции нескольких переменных.  
Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных **[Бесов 11.1]**
- Дифференцируемость сложной функции (без доказательства).  
Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменных **[Бесов 11.3]**
- Производная по направлению и градиент, их связь и геометрический смысл

- Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных **[Бесов 11.1]**
- Дифференцируемость сложной функции (без доказательства). Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменных **[Бесов 11.3]**
- Производная по направлению и градиент, их связь и геометрический смысл **[Бесов 11.4]**

- Частные производные высших порядков. Независимость смешанной частной производной от порядка дифференцирования. Дифференциал второго порядка



- Частные производные высших порядков. Независимость смешанной частной производной от порядка дифференцирования. Дифференциал второго порядка **[Бесов 11.5]**

- Частные производные высших порядков. Независимость смешанной частной производной от порядка дифференцирования. Дифференциал второго порядка **[Бесов 11.5]**
- Формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства)

- Частные производные высших порядков. Независимость смешанной частной производной от порядка дифференцирования. Дифференциал второго порядка **[Бесов 11.5]**
- Формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства) **[Лекция 30, Бесов 11.6]**

- Определение измеримости по Жордану множества в  $n$ -мерном евклидовом пространстве

- Определение измеримости по Жордану множества в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [**Лекция 30, Бесов 18.1**]

- Определение измеримости по Жордану множества в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [**Лекция 30, Бесов 18.1**]
- Критерий измеримости (без доказательства). Измеримость объединения, пересечения и разности измеримых множеств. Конечная аддитивность меры Жордана

- Определение измеримости по Жордану множества в  $n$ -мерном евклидовом пространстве [**Лекция 30, Бесов 18.1**]
- Критерий измеримости (без доказательства). Измеримость объединения, пересечения и разности измеримых множеств. Конечная аддитивность меры Жордана [**Бесов 18.2**]

- Определенный интеграл Римана



- **Определенный интеграл Римана [Лекция 31, Бесов 14.1]**

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**]

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**], ограниченной функции с конечным числом точек разрыва

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**], ограниченной функции с конечным числом точек разрыва [**Бесов 14.2**]

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**], ограниченной функции с конечным числом точек разрыва [**Бесов 14.2**]
- Аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем



- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**], ограниченной функции с конечным числом точек разрыва [**Бесов 14.2**]
- Аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем [**Лекция 33, Бесов 14.3**]

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**], ограниченной функции с конечным числом точек разрыва [**Бесов 14.2**]
- Аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем [**Лекция 33, Бесов 14.3**]
- Свойства интеграла с переменным верхним пределом – непрерывность, дифференцируемость. Формула Ньютона-Лейбница

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**], ограниченной функции с конечным числом точек разрыва [**Бесов 14.2**]
- Аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем [**Лекция 33, Бесов 14.3**]
- Свойства интеграла с переменным верхним пределом – непрерывность, дифференцируемость. Формула Ньютона-Лейбница [**Лекция 34, Бесов 14.4**]

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**], ограниченной функции с конечным числом точек разрыва [**Бесов 14.2**]
- Аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем [**Лекция 33, Бесов 14.3**]
- Свойства интеграла с переменным верхним пределом – непрерывность, дифференцируемость. Формула Ньютона-Лейбница [**Лекция 34, Бесов 14.4**]
- Замена переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле

- Определенный интеграл Римана [**Лекция 31, Бесов 14.1**]
- Критерий интегрируемости. Верхние и нижние суммы Дарбу [**Лекция 31, Бесов 14.2**]
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции [**Лекция 32, Бесов 14.2**], ограниченной функции с конечным числом точек разрыва [**Бесов 14.2**]
- Аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем [**Лекция 33, Бесов 14.3**]
- Свойства интеграла с переменным верхним пределом – непрерывность, дифференцируемость. Формула Ньютона-Лейбница [**Лекция 34, Бесов 14.4**]
- Замена переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле [**Лекция 34, Бесов 14.5**]

- Геометрические приложения определенного интеграла – площадь криволинейной трапеции, объем тела вращения, длина кривой, площадь поверхности вращения (без доказательства)

- Геометрические приложения определенного интеграла – площадь криволинейной трапеции, объем тела вращения, длина кривой, площадь поверхности вращения (без доказательства) **[Бесов 14.6]**

- Криволинейный интеграл первого рода



- Криволинейный интеграл первого рода **[Лекция 36, Бесов 20.1]**

- Криволинейный интеграл первого рода **[Лекция 36, Бесов 20.1]**
- Криволинейный интеграл второго рода

- Криволинейный интеграл первого рода [Лекция 36, Бесов 20.1]
- Криволинейный интеграл второго рода [Лекция 36, Бесов 20.2]

- Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости интеграла.  
Интегралы от знакопостоянных функций, признак сравнения сходимости

- Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости интеграла. Интегралы от знакопостоянных функций, признак сравнения сходимости [Лекция 35, Бесов 14.7]

- Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости интеграла. Интегралы от знакопостоянных функций, признак сравнения сходимости **[Лекция 35, Бесов 14.7]**
- Интегралы от знакопеременных функций, сходимость и абсолютная сходимость. Признаки Дирихле и Абеля сходимости интегралов

- Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости интеграла. Интегралы от знакопостоянных функций, признак сравнения сходимости [Лекция 35, Бесов 14.7]
- Интегралы от знакопеременных функций, сходимость и абсолютная сходимость. Признаки Дирихле и Абеля сходимости интегралов [Лекция 36, Бесов 14.7]

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда



- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда **[Бесов 15.1]**

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда **[Бесов 15.1]**
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**]

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**], признаки Д'Аламбера и Коши

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**], признаки Д'Аламбера и Коши [**Лекция 37, Бесов 15.2**]

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**], признаки Д'Аламбера и Коши [**Лекция 37, Бесов 15.2**], интегральный признак

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**], признаки Д'Аламбера и Коши [**Лекция 37, Бесов 15.2**], интегральный признак [**Бесов 15.2**]

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**], признаки Д'Аламбера и Коши [**Лекция 37, Бесов 15.2**], интегральный признак [**Бесов 15.2**]
- Знакопеременные ряды, сходимость и абсолютная сходимость



- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**], признаки Д'Аламбера и Коши [**Лекция 37, Бесов 15.2**], интегральный признак [**Бесов 15.2**]
- Знакопеременные ряды, сходимость и абсолютная сходимость [**Лекция 37, Бесов 15.3**]

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**], признаки Д'Аламбера и Коши [**Лекция 37, Бесов 15.2**], интегральный признак [**Бесов 15.2**]
- Знакопеременные ряды, сходимость и абсолютная сходимость [**Лекция 37, Бесов 15.3**], признак Лейбница

- Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда [**Бесов 15.1**]
- Знакопостоянные ряды: признак сравнения сходимости [**Бесов 15.2**], признаки Д'Аламбера и Коши [**Лекция 37, Бесов 15.2**], интегральный признак [**Бесов 15.2**]
- Знакопеременные ряды, сходимость и абсолютная сходимость [**Лекция 37, Бесов 15.3**], признак Лейбница [**Лекция 38, Бесов 15.4**]

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей  
**[Бесов 16.1]**

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей [Бесов 16.1] и рядов

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей [Бесов 16.1] и рядов [Лекция 39, Бесов 16.1]

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей [Бесов 16.1] и рядов [Лекция 39, Бесов 16.1]
- Критерий Коши равномерной сходимости



- Равномерная сходимость функциональных последовательностей [Бесов 16.1] и рядов [Лекция 39, Бесов 16.1]
- Критерий Коши равномерной сходимости [Лекция 39, Бесов 16.1]

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей **[Бесов 16.1]** и рядов **[Лекция 39, Бесов 16.1]**
- Критерий Коши равномерной сходимости **[Лекция 39, Бесов 16.1]**
- Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей **[Бесов 16.1]** и рядов **[Лекция 39, Бесов 16.1]**
- Критерий Коши равномерной сходимости **[Лекция 39, Бесов 16.1]**
- Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов **[Лекция 40, Бесов 16.2]**

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей **[Бесов 16.1]** и рядов **[Лекция 39, Бесов 16.1]**
- Критерий Коши равномерной сходимости **[Лекция 39, Бесов 16.1]**
- Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов **[Лекция 40, Бесов 16.2]**
- Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов

- Равномерная сходимость функциональных последовательностей **[Бесов 16.1]** и рядов **[Лекция 39, Бесов 16.1]**
- Критерий Коши равномерной сходимости **[Лекция 39, Бесов 16.1]**
- Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов **[Лекция 40, Бесов 16.2]**
- Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов **[Лекция 39, Бесов 16.2]**

- Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости.  
Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости

- Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости [**Лекция 40, Бесов 17.1**]

- Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости [**Лекция 40, Бесов 17.1**]
- Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда



- Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости [**Лекция 40, Бесов 17.1**]
- Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда [**Бесов 17.1**]

- Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости [**Лекция 40, Бесов 17.1**]
- Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда [**Бесов 17.1**]
- Степенные ряды с действительными членами. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости. Единственность представления функции степенным рядом

- Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости [**Лекция 40, Бесов 17.1**]
- Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда [**Бесов 17.1**]
- Степенные ряды с действительными членами. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости. Единственность представления функции степенным рядом [**Бесов 17.2**]

- Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости [**Лекция 40, Бесов 17.1**]
- Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда [**Бесов 17.1**]
- Степенные ряды с действительными членами. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости. Единственность представления функции степенным рядом [**Бесов 17.2**]
- Ряд Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций:  $e^x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$

- Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости [**Лекция 40, Бесов 17.1**]
- Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда [**Бесов 17.1**]
- Степенные ряды с действительными членами. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости. Единственность представления функции степенным рядом [**Бесов 17.2**]
- Ряд Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций:  $e^x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$  [**Лекция 42, Бесов 17.3**]